$$\frac{< (Y > 0), \sigma_4 > \to \mathbf{true} \quad < C, \sigma_4 > \to \sigma_6 \quad < while\ B\ C, \sigma_6 > \to \sigma'}{< while\ B\ C, \sigma_4 > \to \sigma'}$$

$$\frac{< Y, \sigma_4 > \to 1 \quad < 0, \sigma_4 > \to 0}{< (Y > 0), \sigma_4 > \to \mathbf{true}}$$

$$\frac{< X := X + Y, \sigma_4 > \to \sigma_7 \quad < Y := Y - 1, \sigma_7 > \to \sigma_6}{< C, \sigma_4 > \to \sigma_6}$$

$$\frac{< X + Y, \sigma_4 > \to 6}{< X := X + Y, \sigma_4 > \to \sigma_7} \quad \text{wobei } \sigma_7 = \sigma_4[6/X]$$

Es ist ja $\sigma_4 = \sigma_5[1/Y] = \sigma_2[5/X][1/Y]$ und so

$$\frac{< X, \sigma_4 > \to 5 \quad < Y, \sigma_4 > \to 1}{< X + Y, \sigma_4 > \to 6}$$

$$\frac{< Y - 1, \sigma_7 > \to 0}{< Y := Y - 1, \sigma_7 > \to \sigma_6} \quad \text{wobei } \sigma_6 = \sigma_7[0/Y]$$

$$\frac{< Y, \sigma_7 > \to 1 \quad < 1, \sigma_7 > \to 1}{< Y - 1, \sigma_7 > \to 0}$$

$$\frac{< (Y > 0), \sigma_6 > \to \mathbf{false}}{< while\ B\ C, \sigma_6 > \to \sigma'} \quad \text{wobei dann } \sigma' = \sigma_6$$

$$\frac{< Y, \sigma_6 > \to 0 \quad < 0, \sigma_6 > \to 0}{< (Y > 0), \sigma_6 > \to \mathbf{false}}$$

Damit ist $\sigma'(X) = \sigma_6(X) = \sigma_7[0/Y](X) = \sigma_4[6/X][0/Y](X) = 6$.

Es ist ja $\sigma_1 = \sigma_0[0/X]$ und so

$$\frac{< X, \sigma_1 > \to 0 \quad < Y, \sigma_1 > \to 3}{< X + Y, \sigma_1 > \to 3}$$

$$\frac{< Y - 1, \sigma_3 > \to 2}{< Y := Y - 1, \sigma_3 > \to \sigma_2} \quad \text{wobei } \sigma_2 = \sigma_3[2/Y]$$

$$\frac{< Y, \sigma_3 > \to 3 \quad < 1, \sigma_3 > \to 1}{< Y - 1, \sigma_3 > \to 2}$$

$$\frac{< (Y > 0), \sigma_2 > \to \mathbf{true} \quad < C, \sigma_2 > \to \sigma_4 \quad < while\ B\ C, \sigma_4 > \to \sigma'}{< while\ B\ C, \sigma_2 > \to \sigma'}$$

$$\frac{< Y, \sigma_2 > \to 2 \quad < 0, \sigma_2 > \to 0}{< (Y > 0), \sigma_2 > \to \mathbf{true}}$$

$$\frac{< X := X + Y, \sigma_2 > \to \sigma_5 \quad < Y := Y - 1, \sigma_5 > \to \sigma_4}{< C, \sigma_2 > \to \sigma_4}$$

$$\frac{< X + Y, \sigma_2 > \to 5}{< X := X + Y, \sigma_2 > \to \sigma_5} \quad \text{wobei } \sigma_5 = \sigma_2[5/X]$$

Es ist ja $\sigma_2 = \sigma_3[2/Y] = \sigma_1[3/X][2/Y]$ und so

$$\frac{< X, \sigma_2 > \to 3 \quad < Y, \sigma_2 > \to 2}{< X + Y, \sigma_2 > \to 5}$$

$$\frac{< Y - 1, \sigma_5 > \to 1}{< Y := Y - 1, \sigma_5 > \to \sigma_4} \quad \text{wobei } \sigma_4 = \sigma_5[1/Y]$$

$$\frac{< Y, \sigma_5 > \to 2 \quad < 1, \sigma_5 > \to 1}{< Y - 1, \sigma_5 > \to 1}$$

Aufgabe 1a)

$$\frac{\frac{< (\mathit{while}\ \mathbf{true}\ \mathit{skip}), \sigma_0 > \to t_1 \quad < \mathbf{true}, \sigma_0 > \to \mathbf{true}}{< (\mathit{while}\ \mathbf{true}\ \mathit{skip}) \vee \mathbf{true}, \sigma_0 > \to \mathbf{true}}}{< X := (\mathit{while}\ \mathbf{true}\ \mathit{skip}) \vee \mathbf{true}, \sigma_0 > \to \sigma_0[\mathit{true}/X]}$$

Aufgabe 2a)

$$\frac{< X := 0, \sigma_0 > \to \sigma_1 \quad < \mathit{if}\ (Y <= 0)\ \mathit{then}\ (X := 0; Y := 0)\ \mathit{else}\ (\mathit{while}\ B\ C), \sigma_1 > \to}{< P, \sigma_0 > \to \sigma'}$$

$$\frac{< 0, \sigma_0 > \to 0}{< X := 0, \sigma_0 > \to \sigma_1} \quad \text{wobei } \sigma_1 = \sigma_0[0/X]$$

$$\frac{< (Y <= 0), \sigma_1 > \to \mathbf{false} \quad < \mathit{while}\ B\ C, \sigma_1 > \to \sigma'}{< \mathit{if}\ (Y <= 0)\ \mathit{then}\ (X := 0; Y := 0)\ \mathit{else}\ (\mathit{while}\ B\ C), \sigma_1 > \to \sigma'}$$

$$\frac{< Y, \sigma_1 > \to 3 \quad < 0, \sigma_1 > \to 0}{< (Y <= 0), \sigma_1 > \to \mathbf{false}}$$

$$\frac{< (Y > 0), \sigma_1 > \to \mathbf{true} \quad < C, \sigma_1 > \to \sigma_2 \quad < \mathit{while}\ B\ C, \sigma_2 > \to \sigma'}{< \mathit{while}\ B\ C, \sigma_1 > \to \sigma'}$$

$$\frac{< Y, \sigma_1 > \to 3 \quad < 0, \sigma_1 > \to 0}{< (Y > 0), \sigma_1 > \to \mathbf{true}}$$

$$\frac{< X := X + Y, \sigma_1 > \to \sigma_3 \quad < Y := Y - 1, \sigma_3 > \to \sigma_2}{< C, \sigma_1 > \to \sigma_2}$$

$$\frac{< X + Y, \sigma_1 > \to 3}{< X := X + Y, \sigma_1 > \to \sigma_3} \quad \text{wobei } \sigma_3 = \sigma_1[3/X]$$