Prof. Dr. Manfred Schmidt-Schauß
Künstliche Intelligenz/Softwaretechnologie

Fachbereich Informatik (20)
Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main

Funktionale Programmieren II: Semantik, statische Analyse, Verifikation und abstrakte Interpretation

Wintersemester 1996/97

Übungsblatt Nr. 2

J.L.: Are we supposed to giggle in the solo?
P.M.: Yeah!
aus *The Beatles*: Anthology 3

Aufgabe 1

Wir wollen für diese Aufgabe IMP etwas abändern zu IMPTB. Statt der ganzen Zahlen und boolscher Konstanten sind in IMPTB nur noch die Zahlen 0 und 1 als Konstanten enthalten. Wir geben die neue operationale Semantik für das geänderte IMP soweit für diese Aufgabe notwendig an:

arithmetische und boolsche Ausdrücke:

- $\frac{\langle a_1,\sigma\rangle \to 0 \quad \langle a_2,\sigma\rangle \to n_2}{\langle a_1 \otimes a_2,\sigma\rangle \to 0}$
- $\frac{\langle a_1,\sigma\rangle \to n_1 \quad \langle a_2,\sigma\rangle \to 0}{\langle a_1 \otimes a_2,\sigma\rangle \to 0}$
- $\frac{\langle a_1,\sigma\rangle \to 1 \quad \langle a_2,\sigma\rangle \to 1}{\langle a_1 \otimes a_2,\sigma\rangle \to 1}$

für $\otimes \in \{+, -, *, \leq, =, \geq, <, >\}$

Befehle:

- $\frac{\langle b,\sigma\rangle \to 0}{\langle \text{if } b \text{ then } c_1 \text{ else } c_2,\sigma\rangle \to \sigma_0}$, mit $\sigma_0\ X = 0$ für alle X.
- $\frac{\langle b,\sigma\rangle \to 1 \quad \langle c_1,\sigma\rangle \to \sigma'}{\langle \text{if } b \text{ then } c_1 \text{ else } c_2,\sigma\rangle \to \sigma'}$
- $\frac{\langle b,\sigma\rangle \to 1 \quad \langle c_2,\sigma\rangle \to \sigma'}{\langle \text{if } b \text{ then } c_1 \text{ else } c_2,\sigma\rangle \to \sigma'}$

a) Welche Eigenschaft von IMP hat IMPBT nicht?

b) Definieren Sie sinnvolle Regeln für die operationale Semantik von **while** für IMPBT?

c) Betrachten sie folgendes Programm $\mathcal{P}$:

Ak:=0;
N :=1;
while ($N > 1$) do (Ak:= (Ak$*$1);N:=N$-$1))

Leiten sie in der operationalen Semantik σ' her für:
$\langle \mathcal{P}, \sigma \rangle \rightarrow \sigma'$

d) Wir wollen eine denotationale Semantik für IMPBT aufbauen. Hierzu stellen wir Umgebungen als Tupel der Werte aller globalen Variablen dar. Nichtinitialisierte Speicherplätze werden dabei immer mit 0 belegt. Wir definieren eine Relation für die Tupelumgebungen durch: $(v_1, \ldots, v_n) \geq (v'_1, \ldots, v'_n)$ gdw. für alle $i : v_i \geq v'_i$. Es gilt dabei: $0 \geq 0, 1 \geq 1, 1 \geq 0$. In üblicher Weise gelte: $x > y$ gdw.: $x \geq y$ und nicht $y \geq x$.

Für **if** sei die denotationale Semantik von IMP gegeben durch:

- $C[\![\text{if } b \text{ then } c_1 \text{ else } c_2]\!] = \lambda(v_1, \ldots, v_n).(0, \ldots, 0)$ für $C[\![b]\!](v_1, \ldots, v_n) = 0$
- $C[\![\text{if } b \text{ then } c_1 \text{ else } c_2]\!] = \lambda(v_1, \ldots, v_n).(C[\![c_1]\!](v_1, \ldots, v_n) \sqcup C[\![c_2]\!](v_1, \ldots, v_n))$ für $C[\![b]\!](v_1, \ldots, v_n) = 1$

wobei $\sqcup$ die kleinste obere Schranke in der obigen Ordnung auf Tupeln bezeichnet.

Versuchen Sie, die operationale Semantik von IMPBT in schlüssiger Weise weiterzudefinieren. Hierbei ist natürlich insbesondere **while** interessant.

e) Leiten Sie den denotationalen Wert von $\mathcal{P}$ her.