

Einführung in die funktionale Programmierung

Wintersemester 2025/2026

Aufgabenblatt Nr. 2

Abgabe: Dienstag 11.11. 2025 10:00 online in Moodle

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Sei C der Kontext $\lambda x.\lambda y.x (y \lambda x.[\cdot])$ und D der Kontext $\lambda z.[\cdot]$.

Schreiben Sie die folgenden Ausdrücke komplett aus und benennen Sie sie um, sodass die Distinct-Variable-Convention erfüllt ist:

- $C[(y \ x)]$ (5 Punkte)
- $C[D[z]]$ (5 Punkte)

Aufgabe 2 (40 Punkte)

Seien s_1 und s_2 die folgenden Ausdrücke des Lambda-Kalküls:

$$s_1 = ((\lambda x.\lambda y.y (y \ x)) ((\lambda z.\lambda u.u \ z) (\lambda w.w))) (\lambda v.v)$$

$$s_2 = ((\lambda f.\lambda x.f (f \ x)) ((\lambda u.\lambda v.\lambda w.w) \lambda z.z)) (\lambda y.y)$$

- a) – Geben sie den *CBN-Reduktionskontext* R mit $\exists t : R[t] = s_1$ an, so dass eine Normalordnungsreduktion genau mit diesem Kontext gemacht werden kann. (10 Punkte)
- Geben sie die Zerlegung in *CBV-Reduktionskontext* E und Ausdruck an, so dass eine CBV-Reduktion genau in diesem Kontext gemacht werden kann. (10 Punkte)

Hinweis: es reicht aus, die Markierungsalgorithmen aus der Vorlesung anzuwenden.

- b) Werten Sie s_2 mit evtl. mehreren *Normalordnungsreduktionen* nacheinander bis zur WHNF aus. (10 Punkte)
- c) Werten Sie s_2 mit evtl. mehreren *Anwendungsordnungsreduktionen* nacheinander bis zur WHNF aus. (10 Punkte)
- d) Betrachten sie die folgende, sogenannte η -Reduktion. (Bonus: 10 Punkte)

$$\lambda x.t \ x \rightarrow t$$

Geben Sie einen Beispielausdruck $s = \lambda x.s' \ x$ (in Normalform) an, so dass s durch einen η -Schritt zu s' wird, und s' divergiert.

Geben Sie auch einen Beispielausdruck für s an, so dass s und s' semantisch gleich sind.

Hinweis: untersuchen sie die verschiedenen Fälle für t : Variable, Anwendung, Abstraktion, Ω .