

Einführung in die funktionale Programmierung

Wintersemester 2025/2026

Aufgabenblatt Nr. 1

Abgabe: Dienstag 28.10.2025 bis 10:00, online in Moodle

Aufgabe 1 (15 Punkte)

Sei s der folgende Ausdruck des Lambda-Kalküls:

$$s := (\lambda x, y, z. x \ y \ z) \ \lambda x, y. x \ \lambda y, z. z$$

- Schreiben Sie s ohne abkürzende Schreibweisen und mit voller Klammerung auf. (5 Punkte)
- Geben Sie s in Haskell-Notation an und geben Sie den entstandenen Ausdruck im Haskell-Interpreter `ghci` ein. (5 Punkte)
- Geben Sie einen α -äquivalenten Ausdruck zu s an, der die *Distinct Variable Convention* erfüllt. (5 Punkte)

Hinweis: In Haskell ist die Schreibweise

`\x y z -> x y z` möglich anstelle von

`\x -> (\y -> (\z -> (x y) z))` d.h. man kann auch mehrstellige Funktionen direkter hinschreiben. Wir schreiben auch abkürzend (zum Beispiel) $\lambda x, y, z. x \ y \ z$ für den Ausdruck $\lambda x. \lambda y. \lambda z. x \ y \ z$ bzw. $(\lambda x. (\lambda y. (\lambda z. ((x \ y) \ z))))$, und entsprechend für andere Varianten.

Sie können für die Aufgabe auch das Haskell-Programm `LExp.hs` verwenden, das auf der Webseite der Vorlesung bereitgestellt wird. z.B. `run " (\ \ x. x \ y \ z) u"` ergibt `((u y) z)`.

Vorsicht: `LExp.hs` hat etwas andere (erweiterte) Syntax)

Aufgabe 2 (20 Punkte)

Die Collatz-Funktion kann in Haskell programmiert werden durch:

```
collatz 1 = 1
collatz n = if even n
             then collatz (n `div` 2)
             else collatz (3*n+1)
```

Fügen Sie obigen Programmcode in eine Datei namens `Collatz.hs` ein und laden Sie das Programm anschließend im `ghci`¹.

Testen Sie anschließend die Funktion für mindestens 10 verschiedene Werte.

Anmerkung: Ein offenes Problem ist ob die Collatz-Funktion gleich ist zur (konstanten) Funktion die bei jeder Eingabe von natürlichen Zahlen immer 1 ausgibt.

Zum Debuggen würde man gerne die Zwischenwerte von n bei jedem Rekursionsschritt sehen. Die Haskell-Bibliothek `Debug.Trace` stellt die Funktion `trace :: String -> a -> a` bereit, die zwei Argumente erwartet und das erste (als Debug-Output) ausdrückt und anschließend das zweite als Resultat liefert.

Verwenden Sie `trace` in geeigneter Weise, um die Zwischenwerte von n auf der Konsole auszu-drucken. Testen Sie die modifizierte Funktion erneut.

Hinweise:

- Das Modul `Debug.Trace` kann eingebunden werden, indem Sie am Anfang des Quelltexts die Zeile

```
import Debug.Trace
```

einfügen.

- Zum Konvertieren einer Zahl in einen `String` können Sie die vordefinierte Funktion `show` verwenden.

Aufgabe 3 (15 Punkte)

Lambda-Abstraktionen sind *anonyme Funktionen*, also Funktionen die keinen Namen haben. Z.B. könnten wir für das Haskell-Programm

```
fun1 x y    = x + 2*y
fun2 x y z  = (fun1 x z) - (fun1 (2*x) y)
fun3 f g x  = f (g x) (g x)
```

und den Aufruf `fun1 (3-1) 5` auch den gleichwertigen Ausdruck

```
(\x y -> x + 2*y) (3-1) 5
```

eingeben.

- a) Geben Sie für die folgenden Aufrufe gleichwertige Ausdrücke an, ohne die Funktionen `fun1`, `fun2` und `fun3` zu verwenden und geben Sie die entstandenen Ausdrücke im `ghci` ein:

i) `fun1 (2*6) (3*8)` (3 Punkte)

ii) `fun3 fun1 (fun2 1 2) 3` (5 Punkte)

iii) `fun1 (fun2 1 2 3) (fun1 2 7)` (5 Punkte)

- b) Welche Probleme entstehen, wenn Sie `collatz 5` (siehe Aufgabe 2) in einen solchen Ausdruck überführen möchten? (2 Punkte)

¹Wenn Sie nicht wissen, wie das funktioniert, verwenden Sie die Hilfe des `ghci`, indem Sie `:?` im `ghci` eintippen