Logikbasierte Systeme der Wissensverarbeitung in der Künstlichen Intelligenz

Sommersemester 2025

Aufgabenblatt Nr. 3 KILOG

Abgabe: Montag 2.6. 10:00

Aufgabe 1 (20 Punkte)

Wir betrachten die prädikatenlogische Formel

$$F := (\neg\exists x. \neg P(f(x))) \wedge \neg P(y)$$

mit der Signatur $\Sigma = (\mathcal{F}, \mathcal{P}) = (\{f\}, \{P\})$ und der Menge $V = \{x, y\}$ von Variablen.

- Geben Sie ein Modell für F an, das heißt: eine Interpretation $I = (\mathcal{S}, I_V)$ bestehend aus einer Σ -Struktur $\mathcal{S}$ und einer Variablenbelegung I_V , sodass I die Formel F wahr macht. (10 Punkte)
- Beweisen Sie, dass es kein Modell für F gibt, dessen Trägermenge nur ein Element enthält. (10 Punkte)

Aufgabe 2 (20 Punkte)

Transformieren Sie die folgende prädikatenlogische Formel in Klauselnormalform unter Erhaltung der Erfüllbarkeit.

$$\left[\forall x : \left(\left[\forall y : Q(x, y) \right] \implies P(f(x)) \right) \right] \vee \left[\exists z : \left(\left[\neg \exists y : P(y) \right] \wedge Q(f(z), z) \right) \right]$$

Verwenden Sie das in der Vorlesung vorgestellte Verfahren, das heißt: führen Sie die folgenden sieben Schritte durch:

- Elimination von $\Leftrightarrow$ und $\Rightarrow$.
- Negationen nach innen schieben.
- Skopus von Quantoren minimieren.
- Gebundene Variablen umbenennen.
- Elimination der Existenzquantoren mittels Skolemisierung.
- Allquantoren löschen.
- $\wedge$ nach außen schieben.

Geben Sie sämtliche Zwischenresultate an.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Geben Sie eine geschlossene prädikatenlogische Formeln F an, mit dem zweistelligen Prädikat R und der einstelligen Funktion f , so dass alle Modelle unendliche viele Objekte enthalten müssen.

Hinweis: Definieren sie eine (Ordnungs-)Relation R mit den passenden Eigenschaften, wie zum Beispiel transitiv, symmetrisch, asymmetrisch, reflexiv.