Logikbasierte Systeme der Wissensverarbeitung in der Künstlichen Intelligenz

Sommersemester 2025

Aufgabenblatt Nr. 2 KILOG

Abgabe: Montag 19. Mai

Aufgabe 1 (15 Punkte)

Gegeben sei die folgende aussagenlogische Klauselmengemenge, mit den aussagenlogischen Variablen A, B, X, Y :

$$\{\{A, X\}, \{A, Y\}, \{A, \neg X, \neg Y\}, \{\neg A, B, X\}, \{\neg A, B, Y\}, \\ \{\neg A, B, \neg X, \neg Y\}, \{\neg B, X\}, \{\neg B, Y\}, \{\neg B, \neg X, \neg Y\}\}$$

Überprüfen Sie die erhaltene Formel auf Erfüllbarkeit, indem Sie den Davis-Putnam-Algorithmus **per Hand** durchführen. Stellen Sie für Ihre Lösung die einzelnen Schritte des Algorithmus nachvollziehbar dar.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Sei $\mathcal{F}$ die aussagenlogische Formel $(A \implies (B \wedge (C \implies (D \implies (E \implies F))))))$.

Berechnen Sie mithilfe des *schnellen CNF-Algorithmus* aus dem Skript eine Klauselnormalform, die genau dann erfüllbar ist, wenn $\mathcal{F}$ erfüllbar ist.

Aufgabe 3 (25 Punkte)

Auf einem $n \times n$ Schachbrett sollen eine maximale Anzahl Könige platziert werden, so dass diese sich nicht gegenseitig bedrohen, d.h. dass diese nicht auf benachbarten Feldern stehen dürfen. Für diejenigen die die Schachregeln nicht kennen: Könige können einen Schritt in jede (der acht) Richtungen machen. D.h. damit diese sich nicht schlagen können müssen diese in x und y -Richtung mindestens Abstand 2 haben.

1. Zunächst $n = 4$

Geben Sie eine Kodierung (schematisch) in Aussagenlogik an, welche die Variablen $K11, K12, \dots, K44$ nutzt. Hierbei soll Kij bedeuten, dass auf dem Feld mit den Koordinaten i, j ein König steht.

Geben Sie dazu Formeln an, die die Bedrohung kodieren, und eine zweite Klasse von Formeln, die erreichen, dass die maximale Anzahl Könige gesetzt wird?

Z.B. reicht es aus, zu fordern, dass die Positionen $K11, K12, K21, K22$ nicht alle unbesetzt sind. (Die anderen entsprechend, d.h. $(i, j) \in \{1, 2\} \times \{3, 4\}$ usw.)

(Leider geht das Webinterface nicht zum praktischen Prüfen)

2. Zusatzfrage für $n > 4$ zum Argumentieren bzw. Abschätzen:
Was ist die maximale Anzahl von Königen und wieviele Lösungen mit maximaler Anzahl Königen gibt es bei einem $n \times n$ - Schachbrett, abhängig davon ob n gerade oder ungerade ist?