

# Logikbasierte Systeme der Wissensverarbeitung

Sommersemester 2025

## Aufgabenblatt Nr. 1 KILOG

Abgabe: Montag 5. Mai 2025

### Aufgabe 1 (20 Punkte)

Handelt es sich bei den folgenden Aussagen um Tautologien? Begründen Sie Ihre Antwort.

- (i)  $(A \wedge (A \implies B)) \implies B$
- (ii)  $((A \wedge B \wedge C) \iff C) \vee (\neg A) \vee (\neg B)$
- (iii)  $(A \vee B \vee C) \implies (A \wedge B \wedge C)$
- (iv)  $(A \wedge B \wedge C) \implies (A \vee B \vee C)$

### Aufgabe 2 (15 Punkte)

Betrachten Sie einen Würfel, der aus  $2 \times 2 \times 2$  kleinen Würfeln besteht, die jeweils die halbe Kantenlänge haben. Die kleinen Würfel können ganz weiß oder ganz schwarz sein. Eine Würfelebene besteht aus 4 kleinen Würfeln.

- Geben Sie eine aussagenlogische Formel an, deren Gültigkeit äquivalent dazu ist, dass in einer Würfelebene genau drei von den vier kleinen Würfeln schwarz sind. Benutzen Sie dazu die Namen  $W_{000} \dots W_{111}$  für die kleinen Würfel, wobei  $W_{xyz}$  wahr ist, wenn der kleine Würfel mit Koordinate  $(x, y, z)$  weiß ist.
- Formulieren Sie in Aussagenlogik die Frage: Gibt es eine Zusammensetzung des großen Würfels, so dass in jeder der 6 Oberflächen genau drei der vier kleinen Würfel schwarz sind? Hierbei ist gemeint dass es in x-Richtung, in y-Richtung und in z-Richtung gilt.
- (5 Zusatz-Punkte) Betrachte einen etwas allgemeineren  $3 \times 3 \times 3$  Würfel, der aus 27 kleinen Würfeln besteht, wobei jeder kleine Würfel nur entweder ganz schwarz oder ganz weiß ist. Spezielle Bedingungen sind:  
Jede Außenfläche hat genau 3 schwarze Quadrate, die zusätzlich auf der Außenfläche eine Diagonale bilden. Skizzieren Sie die Formulierung der Frage in Aussagenlogik und die Lösung. Wieviele Lösungen gibt es ?

### Aufgabe 3 (15 Punkte)

Gegeben sei die folgende aussagenlogische Formel

$$(X \implies (Y \implies (X \wedge Y))) \implies \neg((A \wedge (A \implies B)) \implies B)$$

Überführen Sie die Formel in eine äquivalente Formel in CNF, indem Sie im ersten Schritt Äquivalenzen und Implikationen entfernen, anschließend Negationen nach innen schieben und im letzten Schritt Distributivität, Assoziativität und Kommutativität von  $\vee$  und  $\wedge$  iterativ anwenden, um  $\wedge$  nach außen zu schieben.