Prof. Dr. Manfred Schmidt-Schauß
Künstliche Intelligenz/Softwaretechnologie

Fachbereich Informatik (20)
Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main

Mathematische Grundlagen für Informatiker

Wintersemester 1998/99

Übungsblatt Nr. 4

Abgabe: Donnerstag 3. Dezember 1998 vor der Vorlesung

Aufgabe 1 (30 Punkte)

Beim Bubble-Sort werden benachbarte Paare ausgetauscht, die nicht in der richtigen Reihenfolge stehen. Wir können dies als Relation auf Tupeln formulieren, wobei wir hier annehmen die Elemente seien natürliche Zahlen. Die Relation $\leq_{BS}$ ist dann eine Teilmenge von $\mathbb{N}^n \times \mathbb{N}^n$ und es gilt $(t_1, \ldots, t_n) \leq_{BS} (s_1, \ldots, s_n)$ genau dann wenn $\exists j(\forall i \in \{1, \ldots, n\} \setminus \{j, j+1\}(t_i = s_i) \wedge t_j \not\leq t_{j+1} \wedge s_j = t_{j+1} \wedge s_{j+1} = t_j)$.

Eine Relation $\rightarrow$ heißt *stark konfluent*, wenn $\forall x, y, u(u \rightarrow x \wedge u \rightarrow y \implies \exists z(x \xrightarrow{*} z \wedge (y = z \vee y \rightarrow z)))$.

Zeigen Sie, daß $\leq_{BS}$ stark konfluent ist.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Zeigen Sie mit Induktion $n! \leq n^n$.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Zeigen Sie mit Induktion $\sum_{i=1}^{n} i! \leq 1.5n!$.