Online Kombinatorische Optimierung unter Berücksichtigung von Gruppenfairness-Bedingungen

Seminar Künstliche Intelligenz SoSe 2025

Julian Vandeven

16.07.2025

Agenda

1. Einleitung
2. Relevante Vorarbeiten
3. Ergebnisse
4. Zusammenfassung und Diskussion

Aktuelles Kapitel

1 Einleitung

2 Relevante Vorarbeiten

3 Ergebnisse

4 Zusammenfassung und Diskussion

Zitierte Arbeit

- Titel: Online Combinatorial Optimization with Group Fairness Constraints
- Autoren: Golrezaei, Negin and Niazadeh, Rad and Patel, Kumar Kshitij and Susan, Fransisca
- Konferenz: International Joint Conferences on Artificial Intelligence Organization
- Seitenzahlen: 394–402
- Jahr: 2024

Motivation

- Empfehlungsdienste versuchen Nutzerengagement aller Nutzer (Marktanteil) zu maximieren
- Maximierung vom Marktanteil kann bei unterschiedlichen Präferenzen zu unfairer Behandlung mancher Nutzer führen
- Personenbezogene Daten können individuelle Empfehlungen liefern, sind aber häufig nicht zugänglich
- Golrezaei u. a. 2024 liefert eine Lösung, die gleichzeitig:
  1. Den Marktanteil maximiert
  2. Faire Behandlung aller Nutzer sicherstellt

Beispiel: Filmempfehlungen I

Ziel: Eine Top-3 Filmempfehlung für zwei Gruppen finden, die Filmbewertungen maximiert und keine Gruppe benachteiligt

Gruppe 1

- Präferenzen
  1. Action
  2. Science-Fiction
  3. Horror

Gruppe 2

- Präferenzen
  1. Dokumentationen
  2. Animation
  3. Science-Fiction

Marktanteil berechnen:

- vorgeschlagener Film 1. Präferenz $\rightarrow 3 \star$ Bewertung
- vorgeschlagener Film 2. Präferenz $\rightarrow 2 \star$ Bewertung
- vorgeschlagener Film 3. Präferenz $\rightarrow 1 \star$ Bewertung
- sonst $\rightarrow 0 \star$ Bewertung

Beispiel: Filmempfehlungen II

Filmvorschlag 1: Actionfilm, Science-Fiction-Film, Horrorfilm

Gruppe 1

- Präferenzen
  1. Action
  2. Science-Fiction
  3. Horror

Gruppe 2

- Präferenzen
  1. Dokumentationen
  2. Animation
  3. Science-Fiction

Marktanteil berechnen:

- Marktanteil Gruppe 1 $= 6 \star$
- Marktanteil Gruppe 2 $= 1 \star$
- Marktanteil gesamt $= 7 \star$

Beispiel: Filmempfehlungen III

Filmvorschlag 2: Animationsfilm, Science-Fiction-Film, Horrorfilm

Gruppe 1

- Präferenzen
  1. Action
  2. Science-Fiction
  3. Horror

Gruppe 2

- Präferenzen
  1. Dokumentationen
  2. Animation
  3. Science-Fiction

Marktanteil berechnen:

- Marktanteil Gruppe 1 $= 3 \star$
- Marktanteil Gruppe 2 $= 3 \star$
- Marktanteil gesamt $= 6 \star$

Beispiel: Filmempfehlungen IV

Filmvorschlag 1:

- Marktanteil Gruppe 1 $= 6 \star$
- Marktanteil Gruppe 2 $= 1 \star$
- Marktanteil gesamt $= 7 \star$

Filmvorschlag 2:

- Marktanteil Gruppe 1 $= 3 \star$
- Marktanteil Gruppe 2 $= 3 \star$
- Marktanteil gesamt $= 6 \star$

Beobachtung:

- Filmvorschlag 1 liefert höheren gesamten Marktanteil, Gruppe 2 erhält deutlich geringeren Marktanteil
- Filmvorschlag 2 liefert niedrigeren Marktanteil, beide Gruppen erhalten gleichen Marktanteil

Formulierung des Problems I

Formal	Beispiel: Filmempfehlungen
L := Anzahl demographischer Gruppen	L = 2, Gruppe 1 und 2
$\mathcal{F}$:= Menge aller Rewardfunktionen	Alle möglichen Filmbewertungsfunktionen
$\{f_t^i \in \mathcal{F}\}_{i \in [L]}$:= Menge von Rewardfunktionen zum Zeitpunkt $t \in [T]$ für Gruppen $i \in [L]$	Rewardfunktionen gibt an, wie sehr ein Film den Nutzern gefällt
$\{\tau^i\}_{i \in [L]}$:= Menge von Fairness-Schwellenwerten	$\tau^1 = \tau^2 = 2$, Gruppe 1 und 2 erhalten mindestens 2 $\star$

Formulierung des Problems II

- Algorithmus ALG wählt in Zeitschritt $t \in [T]$ Aktion x_t nach Wahrscheinlichkeitsverteilung P und erhält:
  - im Full-Information-Setting die Funktionen $\{f_t^i \in \mathcal{F}\}_{i \in [L]}$
  - oder im Bandit-Information-Setting nur die Funktionswerte $\{f_t^i(x_t) \in \mathcal{F}\}_{i \in [L]}$
- ALG erhält als Reward $\sum_{i \in [L]} f_t^i(x_t)$
- Der erwartete Reward für Gruppe i zum Zeitpunkt t entspricht dem Mittelwert $f^i(x)$:

$$\mathbb{E}[f_t^i(x) | \mathcal{H}_t, x] = f^i(x)$$

- $\mathcal{H}_t :=$ aktueller Informationsstand zum Zeitpunkt t auf Basis vorheriger Funktionen und Aktionen

Formulierung des Problems III

Die zu maximierende online-Benchmark mit Fairness-Bedingung, Online-OPT, mathematisch ausgedrückt:

$$
\begin{aligned}
&\max_P \frac{1}{T} \sum_{t,i} \mathbb{E}_{x_t \sim P}[f_t^i(x_t) | \mathcal{H}_t] \\
&\text{s.d. } \frac{1}{T} \sum_{t} \mathbb{E}_{x_t \sim P}[f_t^i(x_t) | \mathcal{H}_t] \geq \tau^i, \forall i \in [L] \\
&= \max_P \sum_{i} \mathbb{E}_{x \sim P}[f^i(x)] \\
&\qquad \text{s.d. } \mathbb{E}_{x \sim P}[f^i(x)] \geq \tau^i, \forall i \in [L]
\end{aligned}
\tag{1}
$$

- Die Werte $\tau^i, \forall i \in [L]$ beeinflussen wie stark Fairness bei Maximierung vom Marktanteil berücksichtigt wird
- Für $\tau^i = 0, \forall i \in [L]$, wird nur der Marktanteil ohne Fairness-Bedingungen maximiert

Formulierung des Problems IV

durchschnittlicher γ-Regret:

$$\gamma \cdot \text{Online-OPT} - \frac{1}{T} \sum_{i \in [L], t \in [T]} \mathbb{E}_{x_t, f_t^i}[f_t^i(x_t) | \mathcal{H}_t] \tag{2}$$

Fairness-Bedingung wird für alle Gruppen approximativ erfüllt:

$$\gamma \cdot \tau^i \approx \frac{1}{T} \sum_{t \in [T]} \mathbb{E}_{x_t, f_t^i}[f_t^i(x_t) | \mathcal{H}_t] \tag{3}$$

Aktuelles Kapitel

1 Einleitung

2 Relevante Vorarbeiten

3 Ergebnisse

4 Zusammenfassung und Diskussion

Relevante Vorarbeiten

- Maschinelles Lernen wird immer häufiger bei Optimierung von algorithmischer Fairness eingesetzt
- Fokus bei Vorarbeiten mehr auf individueller Fairness, weniger auf Gruppenfairness
- Vorteile der Resultaten aus Golrezaei u. a. 2024 gegenüber Vorarbeiten:
  1. Algorithmus kann mit Gruppenfairness umgehen
  2. Algorithmus ist leicht zu implementieren und numerisch stabiler als vergleichbarer Algorithmus aus Tang und Yuan 2023
  3. liefert auch Lösung für online Szenarien, welche in der Praxis häufiger vorkommen

Aktuelles Kapitel

1. Einleitung
2. Relevante Vorarbeiten
3. Ergebnisse
4. Zusammenfassung und Diskussion

γ-no-Regret online Orakel $\mathcal{Z}$

- $\mathcal{Z}$ generiert Folge von Wahrscheinlichkeitsverteilungen $\{P_t\}_{t\in[T]}$, s.d. durchschnittlicher Regret mit wachsendem T abnimmt:

$$\max_x \frac{\gamma}{T} \sum_{t\in[T]} f_t(x) - \frac{1}{T}\mathbb{E}_{x_t\sim P_t}[f_t(x_t)] = \frac{o(T)}{T} \tag{4}$$

No-Regret Online Linear Optimization (OLO) Orakel $\mathcal{A}$

- durchschnittlicher Regret $R^{\mathcal{A}}(T)$ geht für $T \to \infty$ gegen Null

$$R^{\mathcal{A}}(T) := \frac{1}{T} \sum_{t\in[T]} \langle \ell_t, x_t \rangle - \inf_x \frac{1}{T} \sum_{t\in[T]} \langle \ell_t, x \rangle \tag{5}$$

- ℓ_t := Loss-Vektor misst Differenz zwischen Reward und Schwellenwert für alle Gruppen zum Zeitpunkt t

Robust Online Algorithm Pseudocode

Algorithm Robust Online Algorithm (vereinfacht)

```
Initalisiere Gruppengewichtung α_1
for t = 1, ..., T do
    Max-Spieler erhält P_t von 𝒵
    Max-Spieler wählt x_t ~ P_t
    Max-Spieler bekommt Feedback:
      Full-Information-Setting: {f_t^i ∈ ℱ}_{i∈[L]}
      Bandit-Information-Setting: {f_t^i(x_t) ∈ ℱ}_{i∈[L]}
    Min-Spieler erhält Loss-Vektor ℓ_t
    Min-Spieler setzt α_{t+1} ← 𝒜(α_t, {ℓ_k}_{1≤k≤t})
end for
```

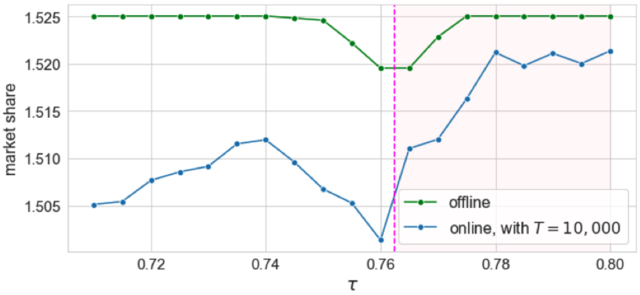
- Max-Spieler maximiert den Marktanteil
- Min-Spieler zwingt Max-Spieler benachteiligte Gruppen in nächster Iteration zu verbessern

Aufbau: Auswertung vom Robust Online Algorithm

Ziel: Eine optimale Top-5 Filmempfehlung berechnen

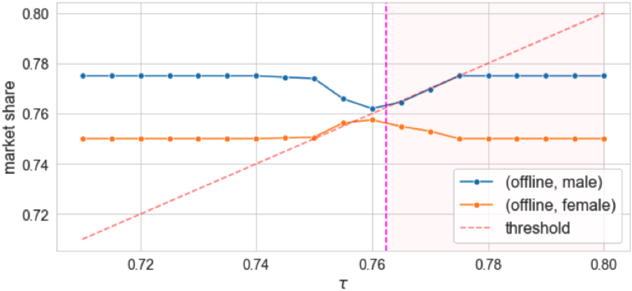
- Marktanteil: Wahrscheinlichkeit, dass Nutzer einen der empfohlenen Filme anschaut
- Gruppeneinteilung nach Geschlecht
- Verwendeter Datensatz: MovieLens 1M Dataset
- Vorgehen:
  - Wähle einen Fairness-Schwellenwert τ
  - Berechne über 50 Auswertungen den durchschnittlichen Marktanteil vom offline Algorithmus und Robust Online Algorithm
  - Wiederhole den vorherigen Schritt mit neuen Fairness-Schwellenwerten
- Implementierung Robust Online Algorithm
  - Orakel $\mathcal{Z}$: Multiplicative Weight/Hedge Algorithm
  - Orakel $\mathcal{A}$: Projected Online Gradient Descent

Auswertung: Gesamter Marktanteil offline



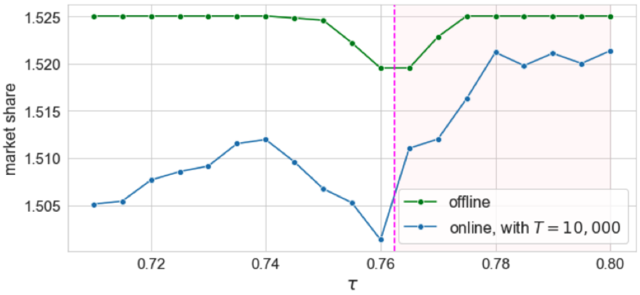
- vertikale gestrichelte Linie markiert Grenze von erreichbaren Fairness-Schwellenwert
- Marktanteil bleibt bei für $\tau < 0.74$ nahezu konstant
- Marktanteil sinkt für $0.74 \leq \tau \leq 0.76$, warum?
- Wenn Fairness-Schwellenwerte nicht mehr erreichbar, wird Marktanteil ohne Fairness-Bedingungen maximiert

Auswertung: Marktanteil pro Gruppe offline



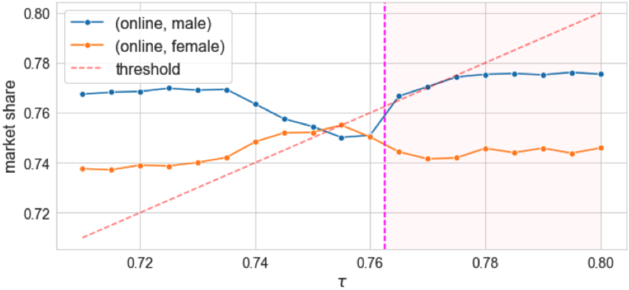
- Gestrichelte Gerade markiert Fairness-Schwellenwert
- Für $0.74 \leq \tau \leq 0.76$ versucht der offline Algorithmus den Marktanteil der benachteiligten Gruppe (female) zu verbessern $\rightarrow$ Marktanteil anderer Gruppe (male) sinkt

Auswertung: Gesamter Marktanteil online



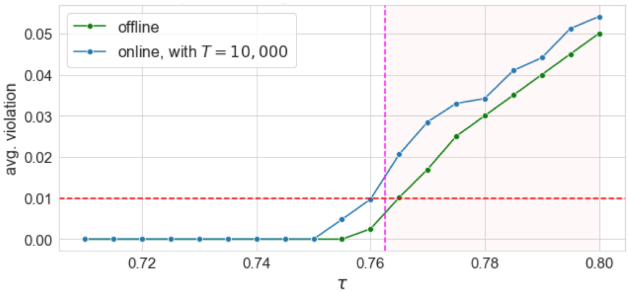
- Marktanteil steigt bei erreichbaren Fairness-Schwellenwerten proportional zum Schwellenwert
- Marktanteil sinkt für $0.74 \leq \tau \leq 0.76$, warum?
- Marktanteil erreicht globales Maximum bei nicht erreichbaren Fairness-Schwellenwerten

Auswertung: Marktanteil pro Gruppe online



- Für $0.74 \leq \tau \leq 0.76$ versucht der online Algorithmus den Marktanteil der benachteiligten Gruppe (female) zu verbessern $\rightarrow$ Marktanteil anderer Gruppe (male) sinkt

Auswertung: Verletzung der Fairness-Schwellenwerte



- Horizontale gestrichelte Linie markiert erlaubte Verletzung der Fairness-Schwellenwerte
- Online werden Fairness-Schwellenwerte früher und stärker verletzt als Offline

Aktuelles Kapitel

1 Einleitung

2 Relevante Vorarbeiten

3 Ergebnisse

4 Zusammenfassung und Diskussion

Zusammenfassung

Stärken vom Robust Online Algorithm:

- Der Robust Online Algorithm berücksichtig maximiert den Marktanteil unter Berücksichtigung von Fairness-Bedingungen für Gruppen
- Auswertungen auf dem MovieLens 1M Dataset bestätigen praktische Anwendbarkeit vom Robust Online Algorithm

Grenzen vom Robust Online Algorithm:

- Fairness-Bedingungen können nicht über die Zeit angepasst werden
- Strategisches Nutzerverhalten wird nicht berücksichtigt

Diskussion

- Wer profitiert von den Resultaten?

Diskussion

- Wer profitiert von den Resultaten?
  - Betreiber digitaler Marktplätze können den Robust Online Algorithm für Produktvorschläge nutzen
  - Fairness sinnvoll, weil bestehende Kunden bleiben bestehen und neue Kunden werden angezogen

Diskussion

- Wer profitiert von den Resultaten?
  - Betreiber digitaler Marktplätze können den Robust Online Algorithm für Produktvorschläge nutzen
  - Fairness sinnvoll, weil bestehende Kunden bleiben bestehen und neue Kunden werden angezogen
- Wie geeignet ist die Wahl vom MovieLens 1M Dataset?

Diskussion

- Wer profitiert von den Resultaten?
  - Betreiber digitaler Marktplätze können den Robust Online Algorithm für Produktvorschläge nutzen
  - Fairness sinnvoll, weil bestehende Kunden bleiben bestehen und neue Kunden werden angezogen
- Wie geeignet ist die Wahl vom MovieLens 1M Dataset?
  - Streaminganbieter nutzen personenbezogene Daten, um personalisierte Vorschläge zu liefern, daher Filmempfehlungen eher unpassend
  - Alternative: Verteilung von Impfstoff in unterschiedlichen Regionen, gruppiert nach Regionen der Bewohner

Quellen I

- Custers, Bart u. a. (2019). *EU personal data protection in policy and practice*. Bd. 29. Springer.
- Golrezaei, Negin u. a. (2024). „Online Combinatorial Optimization with Group Fairness Constraints“. In: *Proceedings of the Thirty-Third International Joint Conference on Artificial Intelligence, IJCAI-24*. International Joint Conferences on Artificial Intelligence Organization, S. 394–402.
- Harper, F Maxwell und Joseph A Konstan (2015). „The movielens datasets: History and context“. In: *Acm transactions on interactive intelligent systems (tiis)* 5.4, S. 1–19.
- Niazadeh, Rad u. a. (2021). „Online learning via offline greedy algorithms: Applications in market design and optimization“. In: *Proceedings of the 22nd ACM Conference on Economics and Computation*, S. 737–738.

Quellen II

Tang, Shaojie und Jing Yuan (2023). „Beyond submodularity: a unified framework of randomized set selection with group fairness constraints“. In: *Journal of Combinatorial Optimization* 45.4, S. 102.

Fragen?

5 Anhang

Robust Online Algorithm vollständig I

Require: $\mathcal{Z}$: γ-no-Regret online approximations Orakel mit Entscheidungsraum $\Delta(\mathcal{C})$; $\mathcal{A}$: no-Regret OLO Orakel mit Entscheidungsraum $[0, \frac{L}{\delta}]^L$; δ: Toleranz der Fairness-Abweichung; T: gesamte Zeitperiode

Ensure: eine zufällig gewählte Aktion pro Zeitschritt

$\alpha_1 \leftarrow \left(\frac{L}{\delta}, \frac{L}{\delta}, \ldots, \frac{L}{\delta}\right)$

for $t = 1, \ldots, T$ **do**

  Max-Spieler erhält $P_t \in \Delta(\mathcal{C})$ von $\mathcal{Z}$

  Max-Spieler wählt $x_t \sim P_t$

  Max-Spieler bekommt als Feedback:

   im Full-Information-Setting: Funktionen $\{f_t^i \in \mathcal{F}\}_{i \in [L]}$

   im Bandit-Information-Setting: Funktionswerte $\{f_t^i(x_t) \in \mathcal{F}\}_{i \in [L]}$

Robust Online Algorithm vollständig II

6: Min-Spieler erhält den Loss-Vektor:

$$\ell_t \leftarrow \begin{bmatrix} f_t^1 - \gamma\tau^1 \\ \vdots \\ f_t^i - \gamma\tau^i \\ \vdots \\ f_t^L - \gamma\tau^L \end{bmatrix}$$

7: Min-Spieler setzt $\alpha_{t+1} \leftarrow \mathcal{A}(\alpha_t, \{\ell_k\}_{1\leq k\leq t})$

8: Orakel $\mathcal{Z}$ bekommt als Feedback:

im Full-Information-Setting:

$$g_t := \sum_{i\in[L]} (1 + \alpha_t^i) f_t^i$$

Robust Online Algorithm vollständig III

im Bandit-Information-Setting:

$$g_t(x_t) = (1 + \alpha_t^i) f_t^i(x_t)$$

end for

Fairness-Garantien des Robust Online Algorithm I

1. Folge gewählter Aktionen ist für alle Gruppen γ-approximativ fair
2. Abweichung von Fairness-Schwellenwerten konvergiert für $T \to \infty$ gegen $\delta f_{\max}$
    - $\delta :=$ Schwellenwert für Verletzung der Fairness-Bedingungen
    - $f_{\max} :=$ maximaler Wert den eine Rewardfunktion f_t^i annehmen kann

$$\frac{1}{T} \sum_{t \in [T]} \mathbb{E}_{x_t \sim P_t, f_t^i}[f^i(x_t) | \mathcal{H}_t]$$

$$\geq \gamma \cdot \tau^i - \delta f_{\max} - \frac{\delta}{L} R^{\mathcal{A}}(T) - \frac{\delta}{L} R^{\mathcal{Z}}(T)$$

Fairness-Garantien des Robust Online Algorithm II

3. Gesamter Reward entspricht Faktor γ vom optimalen Wert Online-OPT
   - $R^{\mathcal{Z}}(T)$ misst Abweichung vom berechneten Marktanteil (ohne Fairness-Bedingungen) gegenüber optimalem Marktwert
   - $R^{\mathcal{A}}(T)$ misst sehr die Fairness-Bedingungen verletzt werden

$$\frac{\gamma}{T} \cdot \text{Online-OPT} - \frac{1}{T} \sum_{i \in [L], t \in [T]} \mathbb{E}_{x_t \sim P_t, f_t^i}[f_t^i(x_t) | \mathcal{H}_t]$$
$$\leq R^{\mathcal{A}}(T) + R^{\mathcal{Z}}(T)$$

Aufbau MovieLens 1M Dataset

MovieLens 1M Dataset (bestehend aus 3 Dateien)

1. *ratings*-Datei enthält Nutzer, Film und Bewertung vom Nutzer
2. *users*-Datei enthält Informationen über Nutzer
3. *movies*-Datei enthält Informationen über Filme

Beispiel σ-Algebra

Aktueller Informationsstand zum Zeitpunkt t auf Basis vorheriger Funktionen und Aktionen:

$$\mathcal{H}_t := \sigma\left(\{f_k^i\}_{i\in[L],k\in[t-1]}, \{x_k\}_{k\in[t-1]}\right)$$

Beispiel σ-Algebra:

- $\Omega = \{a, b, c, d\}$
- σ-Algebra $\Sigma = \{\emptyset, \{a, b\}, \{c, d\}, \{a, b, c, d\}\}$
- Σ ist σ-Algebra, wenn:
  1. $\Omega \in \Sigma$
  2. wenn $B \in \Sigma$, dann auch $B^c \in \Omega \setminus B$
  3. wenn $A_1, A_2, \ldots \in \Sigma$, dann auch $\cup_{i\in\mathbb{N}} A_i \in \Sigma$

kegelförmige geschlossene Funktionsklasse

- Für kegelförmige geschlossene Funktionsklasse $\mathcal{F}$ gilt:

$$\forall f_1, f_2 \in \mathcal{F}, \forall c_1, c_2 \geq 0 : c_1 f_1 + c_2 f_2 \in \mathcal{F}$$

- Beispiel:
  - $f_1 :=$ Bewertungsfunktion für Frauen
  - $f_2 :=$ Bewertungsfunktion für Männer
  - $c_1 f_1 + c_2 f_2 :=$ gewichteter Durchschnitt beider Bewertungsfunktionen ebenfalls in $\mathcal{F}$ enthalten

Full-Information- und Bandit-Setting

Full-Information-Setting

- schnelles Lernen, da alle Informationen bekannt
- theoretisches Ideal als Referenz für die Bewertung von Algorithmen
- Fairness-Bedingungen können gut eingehalten werden
- selten realistisch, da Berechnungsaufwand zu teuer

Bandit-Setting

- realistische praxisnahe Annahme
- langsameres Lernen wie beim Full-Information-Setting
- höheres Risiko für Verletzung von Fairness-Bedingungen